

ETF Matematika 2: Zadaci za samostalni rad

Prvi dio semestra

ETF, UCG, Mart 2022.

U zadacima 1-5 izračunati neodređene integrale.

1. $\int \frac{e^x}{1 + \sqrt{1 + e^{-x}}} dx.$

2. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}{2 + \sin 2x - 6 \cos^2 x} dx.$

3. $\int \frac{\ln(\sqrt{\sin^3 x} + \sqrt{\cos^3 x})}{\cos^2 x} dx$

4. $\int \frac{\sqrt{1 + \sin x}}{\sqrt{(\frac{9}{2} \sin x - \cos x - 3)^3}} dx.$

5. $\int \frac{x \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x) - \sqrt[6]{\frac{1}{x^2} + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

6. Neka je F figura koju prava $y = x$ odsijeca od parabole $y^2 = x + 6$. Izračunati površinu onog dijela figure F koji leži izvan kruga $x^2 - 2x + y^2 = 0$.

7. Skicirati figuru određenu krivama $y = \sqrt{3 + |x|} - 1$ i $|x| = 2 - y$, a zatim izračunati njen obim.

8. Neka je F figura ograničena pravama $y = -2x$ i $y = x/2$ i krivom $y = \sqrt{3 - x}$. Skicirati figuru F , a zatim izračunati površinu tijela koje nastaje njenom rotacijom oko Ox ose.

9. Figuru F čine tačke ravni xOy koje zadovoljavju nejednakosti:

$$x + |y| \leq 0, \quad \frac{1}{x+2} \leq y + 2, \quad x \geq -2.$$

Izračunati zapreminu tijela koje nastaje rotacijom figure F oko Oy ose.

10. Izračunati površinu dijela prvog kvadranta ograničenog krivom $y = \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$ i njenom horizontalnom asimptotom.
11. Data je kriva $y = -\frac{2}{x^2}$, $x < 0$. Neka je n normala na datu krivu koja prolazi kroz koordinatni početak. Izračunati površinu dijela ravni ograničenog pravom n , datom krivom i njenom horizontalnom asimptotom, a zatim izračunati zapreminu koja nastaje rotacijom tog dijela ravni oko Ox ose.
12. Ispitati konvergenciju brojnih redova:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n! + 4}$.

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n - 3n^2 + (-1)^n}$.

(c) $\frac{11}{15} + \frac{11 \cdot 18}{15 \cdot 22} + \frac{11 \cdot 18 \cdot 25}{15 \cdot 22 \cdot 29} + \frac{11 \cdot 18 \cdot 25 \cdot 32}{15 \cdot 22 \cdot 29 \cdot 36} + \dots$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n + \sqrt{4 - \sin n}) \ln(1 + 4^{-n})$, $a > 0$,

13. Data je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Razviti u Furijeov red funkciju

$$F(x) = f(1 - x) \text{ na intervalu } (0, 2).$$

14. Data je funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 1 \\ |2 - x|, & x \geq 1. \end{cases}$$

Datu funkciju razviti u red po sinusima na intervalu $[0, 4]$. U rješenje uključiti skicu grafika date funkcije i proširene funkcije.

15. Funkciju $f(x) = x^2 + x + |x^2 + x|$ razviti u red po kosinusima na intervalu $[-2, 0]$. Napisati izraz za proširenu funkciju i skicirati njen grafik.